

# 中国工程物理研究院全国硕士研究生入学考试

## (801)《高等代数》考试大纲

### I. 考试性质

《高等代数》为中国工程物理研究院全日制攻读数学专业学术性硕士学位入学考试科目之一。

### II. 考查目标

本科目考试内容为本科高等代数课程的全部内容。通过本课程的学习,要求学生的高等代数乃至代数学的思想和方法有较深刻的认识,提高抽象思维、逻辑推理和运算的能力;初步掌握基本的、系统的代数知识和抽象的、严格的代数方法,进而加深对代数的理解;使学生能应用代数思想和方法去理解与处理有关的问题,培养与提高代数的理论分析问题与解决问题的能力;为学生学习数学学科后续课程(如计算方法、偏微分方程、泛函分析等)提供一些需要的基础理论和知识。

### III. 参考书目

《高等代数》第五版,北京大学数学系前代数小组编,王萼芳、石生明修订,高等教育出版社

### IV. 考试时工具使用需求

无

### V. 考试形式和试卷结构

#### (一) 试卷成绩及考试时间

本试卷满分为 150 分,考试时间为 180 分钟。

## (二) 答题方式

答题方式为闭卷、笔试。

## (三) 试卷内容结构

各部分内容所占分值为：

基本概念与计算 60分

分析推理 40分

综合应用 50分

## VI. 试卷题型结构

计算题：3小题，每小题20分，共60分

推理证明题：2小题，每小题20分，共40分

分析论述题：3小题，分析题2小题，每小题15分，综合应用题20分，共50分

## VII. 考查内容

### 一、多项式

掌握多项式的运算及运算律，正确理解和掌握两个多项式的最大公因式、互素、最小公倍式等概念及其性质。能用辗转相除法求两个多项式的最大公因式。正确理解和掌握不可约多项式的定义与性质，以及多项式重因式的计算方法，掌握因式分解的基本方法。

### 二、行列式

理解行列式的定义与行列式的乘法规则。掌握行列式的基本运算与性质，掌握行列式按行(列)展开的方法。正确理解行列

式元素的余子式、代数余子式、 $k$ 阶子式的余子式等概念。熟练掌握克莱姆(Cramer)法则，熟练掌握拉普拉斯(Laplace)定理。

### 三、线性方程组

理解向量组的线性相关性，掌握线性方程组的通解求法，掌握齐次线性方程组基础解系的概念与计算方法。掌握线性方程组有解的判别定理以及线性方程组解的结构，掌握二元高次方程组的基本概念与性质。

### 四、矩阵

理解矩阵的概念和运算，掌握矩阵可逆的定义，能熟练判断矩阵的可逆性，掌握矩阵的分块运算及其应用。掌握初等变换求矩阵逆的理论与方法。掌握矩阵秩的理论，矩阵的乘积矩阵与原矩阵秩的关系，以及矩阵标准型的计算方法。

### 五、二次型

掌握二次型及其矩阵表示，了解二次型秩的概念，了解惯性定理。掌握用配方法、合同变换法、正交变换法化二次型为标准型的方法。掌握二次型及其系数矩阵的正定性及其判别法。掌握用非退化线性变换化实或复的二次型为规范形的方法。

### 六、线性空间

掌握线性空间基和维数的定义与性质。掌握线性空间与子空间的概念与判别方法；理解线性空间的基和坐标的关系以及基变换和坐标变换的关系，掌握线性子空间的交与和的基本理论，掌握子空间的交与直和的基与维数的求法。

## 七、线性变换

掌握线性映射和线性变换的概念；理解在给定坐标下线性变换和矩阵的相互关系。掌握线性变换的运算和矩阵运算的关系。掌握核空间与不变子空间的概念与计算方法。掌握正交变换和正交矩阵以及对称变换和对称矩阵之间的关系。掌握特征值和特征向量的概念，能熟练地求特征值和特征向量。掌握哈密顿-凯莱(Hamilton-Cayley)定理。掌握矩阵的最小多项式的概念及其性质。

## 八、 $\lambda$ -矩阵

理解 $\lambda$ 矩阵的秩的概念。理解和掌握 $\lambda$ 矩阵的等价标准形的概念和求法。理解行列式因子及不变因子的定义与计算，掌握两 $\lambda$ 矩阵等价的充分必要条件。掌握 $\lambda$ 矩阵相似的充分必要条件。理解矩阵的初等因子与不变因子的定义与求法。会求复矩阵的若当(Jordan)标准形与有理标准形。

## 九、欧几里得空间

掌握欧氏空间的定义，理解欧氏空间中长度与夹角的概念与性质。掌握正交子空间与正交补的概念。会将实对称矩阵正交对角化。掌握向量到子空间的距离的概念与计算方法。掌握酉空间的概念与性质。

## 十、双线性函数与辛空间

掌握对偶空间的概念，了解线性空间的基与其对偶空间的基的关系。掌握双线性函数的概念，能求出双线性函数在某组基下

的度量矩阵。掌握对称双线性函数的概念，了解对称双线性型与对称矩阵的关系。掌握辛空间的概念。